

Филиал дополнительного образования детей  
«Дом детского творчества»  
муниципального образовательного учреждения  
«Средняя общеобразовательная школа № 1 города Коряжмы»

РАССМОТРЕНО:  
на заседании Методического Совета  
ФДОД «ДТТ» МОУ «СОШ №1»  
« 19 » мая 20 23 г.  
Протокол № 4

СКОРРЕКТИРОВАНО:  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

УТВЕРЖДАЮ:  
Руководитель  
ФДОД «ДТТ» МОУ «СОШ №1»  
Н. А. Сорокина



## Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математический практикум»

Возраст обучающихся – 11-15 лет  
Срок реализации – 2 года

Педагог дополнительного образования  
Егулева Наталья Николаевна

Скорректирована  
« 28 » августа 20 23 г.  
« 02 » сентября 20 24 г.  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

г. Коряжма  
2023 г.

## Пояснительная записка

На базе ФДОД «Дом детского творчества» МОУ «СОШ № 1 г.Коряжмы» реализуется программа «Практикум по математике».

Дополнительная общеобразовательная программа «Практикум по математике» имеет **педагогическую направленность**.

Математика занимает особое место в общем образовании человека. Д. Мордухай-Болтовский отмечал, что «главное педагогическое значение математики состоит в том, что в математике преимущественно перед другими предметами ученику предоставляется самостоятельная умственная работа». Помимо активной умственной работы занятия математикой формирует систематичность и последовательность мышления, способность к обобщению, сообразительность, способность к установлению связи между приобретёнными математическими знаниями и явлениями жизни, выдержку и настойчивость в работе.

Содержание курса составляют разнообразные задачи, имеющие жизненно-практическую ценность, что положительно скажется на понимании обучающимися прикладного характера знаний по математике, поскольку математика проникла практически во все сферы человеческой жизни. Курс «Практикум по математике» ориентирован на учащихся 8-9 классов.

Программа разработана в соответствии со следующими нормативно-правовыми документами:

- Законом РФ от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в РФ»,
- Концепцией развития дополнительного образования в РФ (утверждена распоряжением Правительства РФ от 04. 09.2014 № 1726-Р);
- Стратегией развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года (утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 29 мая 2015 г. № 996-р);
- Приказом Министерства просвещения России от 9.11.2018 № 196 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам»;
- Постановлением Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 4 июля 2014 года № 41 «Об утверждении СанПиН 2.4.4.317214 "Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации режима работы образовательных организаций дополнительного образования детей»;
- Распоряжением Правительства Архангельской области от 2 июля 2019 г. № 296 -рп «О Концепции целевой модели развития региональной системы дополнительного образования детей в Архангельской области в 2020 - 2022 годах»;
- Методическими рекомендациями по проектированию дополнительных общеразвивающих программ, направленных письмом Минобрнауки России от 18.11.2015 № 09-3242;
- Примерными требованиями к программам дополнительного образования детей (Письмо Минобрнауки РФ от 11.12.2006 № 06-1844);
- Уставом учреждения.

**Программа реализуется** на базе ФДОД «Дом детского творчества» МОУ «СОШ № 1 г.Коряжмы». Может быть реализована на базе общеобразовательных школ в форме факультативных занятий.

## Цель и задачи Программы

### Цели программы

создать условия для формирования познавательного интереса учащихся к изучению математики в процессе решения задач.

### Задачи программы:

#### Образовательные

Систематизация знаний по основным темам алгебры и геометрии.

Формирование умений по отбору рациональных методов и способов решения математических задач.

Расширение содержательной составляющей.

### **Развивающие**

В ходе реализации программы осуществляется развитие логического и пространственного мышления, а также математических способностей.

### **Воспитательные**

Создать условия для подготовки учащихся к конкурсам, олимпиадам по математике, формирования познавательных мотивов.

**Педагогическая целесообразность** программы объясняется необходимостью детального рассмотрения отдельных вопросов математики, выходящих за пределы школьной программы, но активно используемых в рамках олимпиад по математике, различных конкурсов.

Реализация программы осуществляется на основе следующих **принципов**:

**Научность.** Этот принцип предопределяет сообщение обучаемым только достоверных, проверенных практикой сведений, при отборе которых учитываются новейшие достижения науки и техники.

**Доступность.** Предусматривает соответствие объема и глубины учебного материала уровню общего развития учащихся в данный период, благодаря чему, знания и навыки могут быть сознательно и прочно усвоены.

**Связь теории с практикой.** Обязывает вести обучение так, чтобы обучаемые могли сознательно применять приобретенные ими знания на практике.

**Воспитательный характер обучения.** Процесс обучения является воспитывающим, ученик не только приобретает знания и нарабатывает навыки, но и развивает свои способности, умственные и моральные качества.

**Сознательность и активность обучения.** В процессе обучения все действия, которые отрабатывает ученик, должны быть обоснованы. Нужно учить, обучаемых, критически осмысливать, и оценивать факты, делая выводы, разрешать все сомнения с тем, чтобы процесс усвоения и наработки необходимых навыков происходили сознательно, с полной убежденностью в правильности обучения. Активность в обучении предполагает самостоятельность, которая достигается хорошей теоретической и практической подготовкой и работой педагога.

**Систематичность и последовательность.** Учебный материал дается по определенной системе и в логической последовательности с целью лучшего его освоения. Как правило, этот принцип предусматривает изучение предмета от простого к сложному, от частного к общему.

**Прочность закрепления знаний, умений и навыков.** Качество обучения зависит от того, насколько прочно закрепляются знания, умения и навыки учащихся. Не прочные знания и навыки обычно являются причинами неуверенности и ошибок. Поэтому закрепление умений и навыков должно достигаться неоднократным целенаправленным повторением и тренировкой.

**Индивидуальный подход в обучении.** В процессе обучения педагог исходит из индивидуальных особенностей детей и, опираясь на сильные стороны ребенка, доводит его подготовленность до уровня общих требований.

## **Адресат Программы**

Программа ориентирована на учащихся 8-9 классов.

Для успешной реализации программы создаются учебные группы численностью 12 человек. Количественный состав групп является постоянным. Уровень математической подготовки соответствует основной общеобразовательной школе.

## **Особенности организации образовательного процесса**

В рамках программы рассматриваются вопросы, выходящие за пределы школьной программы.

Опора на различные виды деятельности при реализации программы, особенности содержания определяют выбор следующих форм организации образовательного процесса:

### **Учебные занятия**

(основа – познавательная деятельность)

Освоение обучающимися учебной информации происходит эффективно при условии организации занятий по изучению теории совместно с практикумом для наилучшего закрепления пройденного материала. Такие занятия могут проводиться в таких формах:

Лекция - форма работы с учащимися данного возраста позволяет экономно распределить время на занятии для повторения, закрепления и изучения нового материала.

Беседа применяется, когда у участников есть уже предварительные знания и на этом можно организовать обмен мнениями. Учебный материал совместно перерабатывается в ходе беседы.

Практикум – основная форма занятий, предполагает решение типовых задач и задач повышенной сложности.

#### **Самостоятельная работа**

(основа – познавательная деятельность, осуществляемая при отсутствии непосредственного постоянного контроля со стороны педагога)

Самостоятельная работа осуществляется в таких формах, как:

Групповое самообучение, обучающиеся выполняют практические задания, объясняют друг другу, обсуждая результаты работы.

Домашняя работа является не обязательной, выполняется детьми по желанию. Однако ее выполнение свидетельствует о наличии познавательного интереса детей в усвоении материала.

#### **Профессиональные пробы**

Участие в конкурсах, олимпиадах и соревнованиях. Данные формы стимулируют и активизируют деятельность учащихся, развивают их творческие способности и формируют дух состязательности.

#### **Работа в режиме on-line**

(основа – познавательная и коммуникативная деятельность)

образовательного процесса позволяет оперативно оказывать индивидуальную помощь обучающимся по освоению отдельных тем или разделов программы, а также в углубленном изучении предмета с помощью дистанционных форм работы.

### **Сроки и этапы освоения Программы**

Программа рассчитана на 2 года обучения. Общее количество часов в год - 144 часа, итого 288 часов

### **Содержание программы**

Материал программы разделен на темы, которые изучаются последовательно. В содержании присутствуют вопросы, изучаемые в школе частично, или абсолютно новые для учащихся, положенные с основу решения многих конкурсных и олимпиадных задач.

1. Множества и действия над ними
2. Принцип Дерихле
3. Инварианты и их применение при решении задач. Четность
4. Графы и таблицы в решении математических задач
5. Логические задачи
6. Задачи на разрезание и склеивание
7. Задачи на проценты
8. Комбинаторные задачи
9. Геометрия на плоскости и в пространстве
10. Задания с параметрами
11. Графики функций с модулем

### **Форма обучения и режим занятий по программе**

**Форма обучения – очная.** Формы организации деятельности: в ходе реализации программы сочетается групповая, индивидуальная и фронтальная работа. Занятия включают теоретический и практический материал.

Занятия проводятся **в следующем режиме:** 2 раза в неделю по 2 учебных часа (продолжительность одного занятия 90 минут).

### **Планируемые результаты реализации Программы**

Осуществление целей и задач программы предполагает получение конкретных результатов, оценка которых будет осуществляться в течении всего курса. Предполагается проведение входного, текущего и итогового контроля.

#### **Результаты программы**

По окончании курса у обучающихся **должны быть сформированы следующие знания и умения:**

- использования принципа Дерихле;
- применения способа решения задач на поиск инварианта;
- построения графов и таблиц в решении логических задач;
- в решении задач на разрезание и склеивание;
- использования различных способов решения задач на проценты;
- решения комбинаторных задач;
- применения свойств геометрических фигур;
- решения уравнений и неравенств с параметрами;
- построения графиков функций с модулями.

Материалы по контролю данных знаний и умений закреплены в диагностических средствах.

В ходе реализации программы осуществляется развитие логического мышления, а также математических способностей. Для отслеживания результативности программы используется диагностика в начале и конце курса.

По окончании обучения, ученики должны воспитать в себе активность и самостоятельность в освоении дополнительного материала по математике, в результате чего формируется уверенность в успешной сдаче итоговой аттестации по математике. Данные качества личности отслеживаются педагогом в течение всего процесса обучения в форме наблюдения. По итогам изучения отдельных тем педагогом отслеживаются познавательные и профессиональные интересы обучающихся в форме наблюдения и мониторинга, а также при организации профконсультаций по вопросам дальнейшей деятельности и применения полученных знаний в реальной жизни.

### **Формы контроля**

Для оценки результативности программы применяется входной, текущий и итоговый контроль. Входной контроль проводится с помощью тестов, устных и письменных опросов. В ходе текущего контроля оценивается качество усвоения материала путем выполнения срезовых диагностических работ. Итоговый контроль осуществляется посредством тестирования, выполнения итоговой работы.

На каждого слушателя заполняется карта наблюдения за результатами освоения обучающимися дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы. Таким образом, осуществляется сравнение результатов не в группе, а по каждому отдельному представителю. Тем самым во главу угла ставится личностный рост каждого участника проекта.

### **Оценочные материалы**

Оценка образовательного уровня осуществляется с помощью тестов и заданий (приложение). Диагностика развития и соответствующих качеств воспитанности проводится по имеющимся методикам.

## Учебный план Программы

Тема	Всего часов
Вводное занятие (в том числе техника безопасности)	4
Множества и действия над ними	16
Принцип Дерихле	20
Инварианты и их применение при решении задач. Четность	20
Графы и таблицы в решении математических задач	42
Логические задачи	30
Задачи на разрезание и склеивание	24
Задачи на проценты	20
Комбинаторные задачи	24
Геометрия на плоскости и в пространстве	22
Задания с параметрами	36
Графики функций с модулем	24
Итоговое занятие	6
<b>ИТОГО</b>	<b>288</b>

### Учебно-тематический план программы

Тема	часы			формы контроля
	всего	теория	практика	
Вводное занятие (в том числе техника безопасности)	4		4	тестирование, анкетирование
Множества и действия над ними	16	4	12	Проверочная работа
Принцип Дерихле	20	2	18	Проверочная работа
Инварианты и их применение при решении задач. Четность	20	6	14	Проверочная работа
Графы и таблицы в решении математических задач	42	8	34	Проверочная работа
Логические задачи	30	4	26	Проверочная работа
Задачи на разрезание и склеивание	24	4	20	Проверочная работа
Задачи на проценты	20	6	14	Проверочная работа
Комбинаторные задачи	24	6	18	Проверочная работа
Геометрия на плоскости и в пространстве	22	4	18	Проверочная работа
Задания с параметрами	36	12	24	Проверочная работа
Графики функций с модулем	24	8	16	Проверочная работа
<b>ИТОГОВОЕ ЗАНЯТИЕ</b>	6		6	Тестирование, итоговая контрольная работа
<b>ИТОГО</b>	<b>288</b>	<b>64</b>	<b>224</b>	

## Содержание учебного плана

### Вводное занятие (4 ч)

**Практика:** Входной контроль.

### Тема 1. Множества и действия над ними (16 часов)

**Теория:** понятие множество, элементы множества, пустое множество, размерность. Действия с множествами. Круги Эйлера-Венна.

**Практика:** решение задач на действия с множествами. Олимпиадные задачи.

### Тема 2. Принцип Дерихле (20 часов)

**Теория:** понятие о принципе Дирихле; решение простейших задач на принцип Дирихле; принцип Дирихле в задачах с «геометрической» направленностью

**Практика:** решение задач на использование принципа Дирихле

### Тема 3. Инварианты и их применение при решении задач. Четность (20 часов)

**Теория:** Понятие инварианта. Свойства четности. Решение задач на чередование. Разбиение на пары.

**Практика:** решение олимпиадных задач.

### Тема 4. Графы и таблицы в решении математических задач (42 часа)

**Теория:** Графы как о множество точек и соединяющих эти точки отрезков; связность графа, изоморфизм графа "на пальцах", лемма о рукопожатиях. Основные приемы решения задач на графы. Таблицы в решении задач

**Практика:** решение задач.

### Тема 5. Логические задачи (30 часов)

**Теория:** понятие о логике высказываний. Законы логики. Логические задачи на олимпиадах и в итоговой аттестации по математике.

**Практика:** решение логических задач

### Тема 6. Задачи на разрезание и склеивание (24 часа)

**Теория:** Задачи на разрезание, склеивание и перекраивание. Нахождение площадей фигур

**Практика:** решение задач

### Тема 7 Задачи на проценты (20 часов)

**Теория:** Проценты. Три типа задач на проценты. Способы решения задач на проценты. Задачи на смеси, сплавы. Задачи с кредитами, вкладами, сложными процентами

**Практика:** решение типовых задач.

### Тема 8 Комбинаторные задачи (24 часов)

**Теория:** Комбинаторика в задачах. Комбинации, перестановки, сочетания.

**Практика:** решение задач.

### Тема 9 Геометрия на плоскости и в пространстве (22 часов)

**Теория:** Геометрические фигуры на плоскости и в пространстве. Свойства и признаки.

**Практика:** решение задач

### Тема 10. Задания с параметрами (36 часов)

**Теория:** Понятие параметра в уравнении. Линейные и квадратные уравнения и неравенства с параметрами. Методы решения заданий с параметрами. Задания ОГЭ с параметрами

**Практика:** решение задач

### **Тема 11. Графики функций с модулем (24 часов)**

**Теория:** Функции и графики. Движение графиков функции. Кусочно-заданные функции. Построение графика функций с модулем. Задания с модулем из ОГЭ по математике.

**Практика:** решение задач

### **Итоговое занятие (6ч)**

**Практика:** написание итоговой контрольной работы, диагностических тестов и анкет

**Календарный учебный график  
Первый год обучения**

Дата	Тема занятий	Кол-во часов	Форма занятия	Форма контроля
сентябрь	Вводное занятие. Формулировка целей и задач курса. Входное тестирование и анкетирование	2	Беседа	тестирование, анкетирование
сентябрь	Понятие множество, элементы множества, пустое множество, размерность.	4	Лекция	Наблюдение
сентябрь	Действия с множествами. Круги Эйлера-Венна	6	Беседа, практикум	Проверочная работа
сентябрь	Задачи с множествами	6	Практикум	Тестирование
октябрь	Понятие о принципе Дирихле	4	Лекция	
октябрь	Решение простейших задач на принцип Дирихле	8	Практикум	Проверочная работа
октябрь	Принцип Дирихле в задачах с «геометрической» направленностью	8	Беседа, практикум	Проверочная работа
ноябрь	Понятие инварианта. Свойства четности.	6	Лекция, беседа	
ноябрь	Решение задач на чередование.	6	Практикум	Проверочная работа
Ноябрь-декабрь	Разбиение на пары	8	практикум	Проверочная работа
декабрь	Графы как о множество точек и соединяющих эти точки отрезков; связность графа, изоморфизм графа "на пальцах", лемма о рукопожатиях.	6	Лекция, практикум	тестирование
январь	Основные приемы решения задач на графы.	12	практикум	Проверочная работа
Январь-февраль	Таблицы в решении задач	14	практикум	Проверочная работа
февраль	Решение задач из ОГЭ по математике	10	практикум	тестирование
март	Понятие о логике высказываний. Законы логики.	8	Лекция, беседа	
Март-апрель	Логические задачи на олимпиадах и в итоговой аттестации по математике	22	Практикум	Проверочная работа
Апрель-май	Задачи на разрезание, склеивание и перекраивание.	12	Беседа, практикум	тестирование
май	Итоговый контроль	2		Тестирование, анкетирование

**Второй год обучения**

Дата	Тема занятий	Кол-во часов	Форма занятия	Форма контроля
------	--------------	--------------	---------------	----------------

сентябрь	Вводное занятие, инструктажи, входной контроль	2	Беседа	тестирование, анкетирование
сентябрь	Нахождение площадей фигур с использованием разрезания и склеивания	10	Беседа, практикум	Проверочная работа
сентябрь	Проценты. Три типа задач на проценты	4	Беседа	Наблюдение
сентябрь	Способы решения задач на проценты.	4	беседа	тестирование
октябрь	Задачи на смеси, сплавы.	6	Беседа, практикум	Проверочная работа
октябрь	Задачи с кредитами, вкладами, сложными процентами	6	Беседа, практикум	Проверочная работа
октябрь	Комбинаторика в задачах	6	лекция	
ноябрь	Комбинации, перестановки, сочетания	6	практикум	тестирование
ноябрь	Задачи по комбинаторике на олимпиадах и итоговой аттестации	12	практикум	Проверочная работа
декабрь	Геометрические фигуры на плоскости и в пространстве	4	Беседа	
декабрь	Свойства и признаки геометрических фигур	4	Беседа, практикум	Проверочная работа
декабрь	Расстояния в пространстве	6	Беседа, практикум	
декабрь	Площади на плоскости и в пространстве	8	Беседа, практикум	Проверочная работа
январь	Понятие параметра в уравнении	2	Лекция	
январь	Линейные и квадратные уравнения и неравенства с параметрами	12	Беседа, практикум	Проверочная работа
январь	Методы решения заданий с параметрами	4	Беседа	
февраль	Решение заданий ОГЭ с параметрами	16	практикум	Проверочная работа
март	Функции и графики. Основные типы функций	4	беседа	тестирование
март	Движение графиков функции	6	Беседа, практикум	тестирование
Март-апрель	Кусочно-заданные функции.	4	Беседа, практикум	
Апрель-май	Построение графика функций с модулем	4	Беседа, практикум	Проверочная работа
май	Задания с модулем из ОГЭ по математике	6	практикум	Проверочная работа
май	Итоговый контроль	4		Итоговое тестирование, анкетирование

## Условия реализации Программы

### *Кадровое обеспечение*

Педагог дополнительного образования естественно-научной направленности, соответствующий Профессиональному стандарту «Педагог дополнительного образования детей и взрослых» (утверждён приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 05.05.2018 № 298н).

Педагог, работающий по данной программе, должен иметь базовое профессиональное образование (педагогическое) и необходимую квалификацию, быть способным к инновационной профессиональной деятельности, обладать необходимым уровнем методологической культуры и сформированной готовностью к непрерывному образованию в течение всей жизни, должен знать возрастные особенности детей.

### *Материально-техническое обеспечение*

Для проведения занятий имеется кабинет, который соответствует требованиям СанПиН, имеется необходимое оборудование.

### *Учебно-методическое обеспечение*

Имеется учебно-методический комплекс:

Технологические карты занятий

Плакаты, схемы по темам занятий

Методические папки

Раздаточный материал

## СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

### для педагога:

1. **Канель-Белов, А. Я.**, Ковальджи А. К Как решают нестандартные задачи / Под ред. В. О. Бугаенко. / 4-е изд., стереотип. - М.: МЦНМО, 08. | 96 с. - ISBN 978-5-94057-331-9 – Текст: непосредственный.
2. ОГЭ 2021. Математика. 50 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий от разработчиков ОГЭ/ И.Р. Высоцкий, Л.О. Рослова, Л.В. Кузнецова и др.; под ред. И.В. Яценко. – М.: «Экзамен», 2021. – 279с.- ISBN 978-5-377-16160-8 – Текст: непосредственный.
3. **Семенов, А.В.** Математика. Основной государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации/ А.В. Семенов, А.С. Трепалин, И.В. Яценко и др, под ред. И.В. Яценко. – М.: Интеллект-Центр, 2021. – 296с. - ISBN 978-5-907339-27-9 – Текст: непосредственный.
4. **Яценко, И.В.** ЕГЭ. ОГЭ 2021. Математика. Типовые варианты заданий. 50 вариантов / И.В. Яценко. - М.: АСТ, 2018. - 160 с. - ISBN 978-5-17-103152-7 – Текст: непосредственный.

### для учащихся:

1. **Балаян, Э.Н.** 1001 олимпиадная и занимательная задачи по математике / Э.Н. Балаян. — 3-е изд. — Ростов н/Д : Феникс, 2008. — 364 с. - ISBN 978-5-222-14785-6 - Текст: непосредственный
2. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993–2006: Окружной и финальный этапы / Н. Х. Агаханов и др. Под ред. Н. Х. Агаханова. — М.: МЦНМО, 2007. — 472 с. ISBN 978-5-94057-262-6 — Текст: непосредственный.
3. ОГЭ 2021, Математика: задания... Текст: электронный – URL: [math-ege.sdamgia.ru](http://math-ege.sdamgia.ru) (дата обращения: 07.12.2020)
4. ОГЭ математика -2021. Открытый банк... Текст: электронный – URL: [math100.ru](http://math100.ru)(дата обращения: 07.12.2020)

**Приложение А**  
**Проверочные работы по темам**  
**«Множества»**

1. Перечислите элементы множеств:
  - а) арабских цифр; (0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9)
  - б) натуральных чисел; (1; 2; 3; 4;...)
  - в) целых чисел (...-2; -1; 0; 1; 2;...).
2. Как называется множество цветов, стоящих в вазе? (букет).
3. Перечислите элементы множества планет солнечной системы. (Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун).
4. Как называется множество фруктовых деревьев и кустарников растущих у дома? (сад).
5. Приведите примеры множеств, элементами которого являются геометрические фигуры.
6. Какие названия применяют для обозначения множеств животных? (млекопитающие, земноводные, хладнокровные и т.п.).
7. Перечислите элементы множества видов спорта (футбол, теннис, волейбол и т. п.).
8. Какие названия применяют для обозначения множеств кораблей? (флотилия, эскадра).  
Задайте сами множество описанием.
9. Даны множества:  $A = \{10\}$ ,  $B = \{10, 15\}$ ,  $C = \{5, 10, 15\}$ ,  $D = \{5, 10, 15, 20\}$ .  
Поставьте вместо ... знак включения ( $\subset$  или  $\supset$ ) так, чтобы получилось верное утверждение: а)  $A \dots D$ ; б)  $A \dots B$ ; в)  $C \dots A$ ; г)  $C \dots B$ .
10. Даны три множества  $A = \{1, 2, 3, \dots, 37\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ ,  $C = \{4, 8, 12, 16, \dots, 36\}$ .  
Верно ли, что: а)  $A \subset B$ ; б)  $B \subset C$ ; в)  $C \subset A$ ; г)  $C \subset B$ ?
11. Даны множества:  $A = \{2; 3; 8\}$ ,  $B = \{2; 3; 8; 11\}$ ,  $C = \{5; 11\}$ .  
Найдите: а)  $A \cap B$ ; б)  $A \cap C$ ; в)  $C \cap B$ .
12. Даны множества:  $A$  – множества всех натуральных чисел, кратных 10,  $B = \{1; 2; 3; \dots, 41\}$ .  
Найдите  $A \cap B$ .
13. Даны множества:  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{c, d, e, f\}$ ,  $C = \{c, e, g, k\}$ .  
Найдите  $(A \cap B) \cap C$ .
14. Даны множества:  $A = \{2; 3; 8\}$ ,  $B = \{2; 3; 8; 11\}$ ,  $C = \{5; 11\}$ .  
Найдите: а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cup C$ ; в)  $C \cup B$ .
15. Даны множества:  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{c, d, e, f\}$ ,  $C = \{c, e, g, k\}$ .  
Найдите  $(A \cup B) \cup C$ .
16. Даны три числовых промежутка:  $A = (7,7; 11)$ ,  $B = [\sqrt{97}; \sqrt{167}]$ ,  $C = (\sqrt{101}; 13]$ .  
Найдите  $(A \cup B) \cup C$ .

**Принцип Дерихле**

1. В лесу растет миллион елок. Известно, что на каждой из них не более 600000 иголок. Докажите, что в лесу найдутся две елки с одинаковым числом иголок.
2. Дано 12 целых чисел. Докажите, что из них можно выбрать два, разность которых делится на 11.
3. В городе Ленинграде живет более 5 миллионов человек. Докажите, что у каких-то двух из них одинаковое число волос на голове, если известно, что у любого человека на голове менее миллиона волос.
4. В магазин привезли 25 ящиков с тремя разными сортами яблок (в каждом ящике яблоки только одного сорта). Докажите, что среди них есть по крайней мере 9 ящиков с яблоками одного и того же сорта.
5. В стране Курляндии  $m$  футбольных команд (по 11 футболистов в каждой). Все футболисты собрались в аэропорту для поездки в другую страну на ответственный матч. Самолет сделал 10 рейсов, перевозя каждый раз по  $m$  пассажиров. Еще один

- футболист прилетел к месту предстоящего матча на вертолете. Докажите, что хотя бы одна команда была целиком доставлена в другую страну.
6. Дано 8 различных натуральных чисел, не больших 15. Докажите, что среди их положительных попарных разностей есть три одинаковых.
  7. Докажите, что в любой компании из 5 человек есть двое, имеющие одинаковое число знакомых в этой компании.
  8. Несколько футбольных команд проводят турнир в один круг. Докажите, что в любой момент турнира найдутся две команды, сыгравшие к этому моменту одинаковое число матчей.
  9. Какое наибольшее число полей на доске  $8 \times 8$  можно закрасить в черный цвет так, чтобы в любом уголке вида из трех полей было по крайней мере одно незакрашенное поле?
  10. Какое наименьшее число полей на доске  $8 \times 8$  можно закрасить в черный цвет так, чтобы в каждом уголке вида было по крайней мере одно черное поле?
  11. 10 школьников на олимпиаде решили 35 задач, причем известно, что среди них есть школьники, решившие ровно одну задачу, школьники, решившие ровно две задачи и школьники, решившие ровно три задачи. Докажите, что есть школьник, решивший не менее пяти задач.

### **«Инварианты»**

#### **Задачи на чётность**

1. На листе бумаги написано число 11. Шестнадцать учеников передают листок друг другу, и каждый прибавляет к числу или отнимает от него единицу – как хочет. Может ли в результате получиться число 0?
2. На вешалке висят 20 платков. 17 девочек по очереди подходят к вешалке и либо снимают, либо вешают платок. Может ли после ухода девочек остаться ровно 10 платков?
3. В таблице, где имеются 15 чисел (-1), можно производить следующую операцию: одновременно изменить знак двух (не более, не меньше) чисел в таблице. Можно ли, применяя эту операцию конечное число раз, получить таблицу, состоящую из (+1)?
4. На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 1998. За один ход разрешается стереть любые два числа и вместо них записать их разность. В результате многократного выполнения таких действий на доске окажется записанным одно число. Может ли оно быть нулем?
5. 0, 1, 2, 3, ..., 9 записаны по кругу. За один ход разрешается прибавить к двум соседним числам одно и то же целое число. Можно ли за несколько ходов получить десять нулей?
6. На доске написаны числа 0, 1, 0, 0. За один шаг разрешается прибавлять единицу к любым двум из них. Можно ли, повторяя эту операцию, добиться, чтобы все числа стали равными?
7. На бесконечной шахматной доске на двух соседних по диагонали чёрных полях стоят две чёрные шашки. Можно ли дополнительно поставить на эту доску некоторое число чёрных шашек и одну белую таким образом, чтобы белая одним ходом взяла все чёрные шашки, включая две первоначально стоявшие?
8. На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?
9. На числовой оси отмечены все точки с целыми координатами. Разрешается прыгать на 1 и на 4 клетки вправо или влево. Можно ли за 2010 таких прыжков попасть из точки 1 в точку 2, ни разу не попав в точки, координат которых кратны 4?

#### **Задачи на делимость**

1. Из цифр 2, 3, 4, ..., 9 составили два натуральных числа. Каждая цифра использовалась один раз. Могло ли одно из этих чисел оказаться вдвое больше другого?

2. На доске написаны числа 1, 2, ..., 1998. За один ход разрешается стереть любое количество чисел и вместо них записать остаток от деления их суммы на 11. Через несколько ходов на доске остались два числа, одно из которых – 1000. Чему равно второе число?

3. В некотором государстве было 10 банков. С момента перестройки общества все захотели стать банкирами. Но по закону открыть банк можно только путем деления уже существующего банка на 4 новых. Через некоторое время министр финансов сообщил президенту, что в стране действует 2007 банков, после чего был немедленно уволен за некомпетентность. Что не понравилось президенту?

4. На доске написаны числа 2, 6, -5, 3. Разрешается проделывать 2 операции:

За раз увеличить любое из этих чисел на 2 и уменьшить любое другое на 6;

За раз увеличить любое из этих чисел на 3, увеличить любое другое на 1 и увеличить любое третье на 4.

Можно ли проделывая эти 2 операции уравнивать числа?

5. Сумасшедший кассир меняет любые две монеты на любые три по вашему выбору, а любые три — на любые две. Сможете ли вы обменять у него 100 монет достоинством 1 рубль на 100 монет достоинством 1 форинт, отдав ему при обмене ровно 2012 монет?

### «Графы»

1. Между девятью планетами солнечной системы установлено космическое сообщение. Рейсовые ракеты летают по следующим маршрутам: Земля – Меркурий; Плутон – Венера; Земля – Плутон; Плутон – Меркурий; Меркурий – Венера; Уран – Нептун; Нептун – Сатурн; Сатурн – Юпитер; Юпитер – Марс и Марс – Уран. Можно ли долететь на рейсовых ракетах с Земли до Марса ?

2. Доска имеет форму двойного креста, который получается, если из квадрата 4x4 убрать угловые клетки.

3. Можно ли обойти ее ходом шахматного коня и вернуться на исходную клетку, побывав на всех клетках ровно по одному разу?

4. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, образованное названиями городов, делится на 3. Можно ли долететь по воздуху из города 1 в город 9 ?

5. В городе Маленьком 15 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы каждый телефон был соединен ровно с пятью другими?

6. В государстве 100 городов к из каждого города выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве.

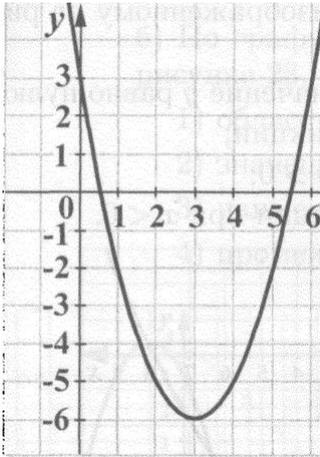
7. У короля 19 вассалов. Может ли оказаться так, что у каждого вассала 1, 5 или 9 соседей ?

8. В стране Семерка 15 городов, каждый из городов соединен дорогами не менее, чем с семью другими. Докажите, что из каждого города можно добраться в любой другой.



**7.1.В01** а) По графику квадратичной функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке 21, найдите:

- 1) значение  $y$  при  $x = 4$ ;
- 2) значения  $x$ , при которых  $y = -2$ ;
- 3) наименьшее значение функции;
- 4) промежутки возрастания и убывания функции.



б) Угол между прямыми  $a$  и  $b$  равен  $17^\circ$ , а угол между прямыми  $a$  и  $c$  равен  $33^\circ$ . Найдите угол между прямыми  $b$  и  $c$ .

в) В прямоугольном треугольнике, один из острых углов которого равен  $30^\circ$ , меньший катет равен 27 см. Найдите гипотенузу.

г) Найдите диагональ квадрата, если его площадь равна  $288 \text{ см}^2$ .

Итоговое тестирование по итогам 2 года обучения